Séance 5 : calcul littéral

I Expression littérale

Donner l'expression littérale d'une variable (par exemple exprimer A) ; c'est exprimer cette variable, seule d'un côté du signe égale, en fonction d'autres grandeurs sous la forme de lettres et/ou de nombres.

Le signe « multiplié par » est soit un « × », soit un « . » soit rien quand cela ne prête pas à confusion. Par exemple a multiplié par Y s'écrit a×Y ou a.Y ou aY. Attention, les indices ne sont pas des multiplications. Par exemple m_A est une seule variable et ne doit pas être confondu avec m.A .

Pour trouver l'expression de la variable désirée (c'est-à-dire une expression du type A = ……. où l'autre membre ne fait pas apparaître A), il convient d'appliquer les lois sur les nombres, en particulier les calculs de fraction, puissance, racine etc. afin d'isoler la variable voulue.

Quelques idées à avoir :

- éviter de faire apparaître trop de fois la variable désirée puisqu'on veut la voir apparaître qu'une fois à la fin, seule du côté gauche du signe « = »

- au contraire, tenter de la faire apparaître un nombre de fois le plus faible possible :
  - en regroupant tous les termes dans lesquels elle apparait du même côté du signe égale, et tous les autres de l'autre côté du signe égale
  - en la mettant en facteur dès que possible

- si elle apparaît à un dénominateur, mettre, à gauche et à droite du signe égale, les expressions sous la forme d'une seule fraction afin de les inverser par la suite pour retrouver la variable désirée au numérateur.

<u>Exercice 1</u> : exprimer x en fonction des autres variables. Par exemple : 2x + z = 5 − 4x donnera 2x + 4x = 5 – z donc, en mettant x en facteur et en divisant par 6, $x = \frac{5-z}{6}$.*après quelques étapes de calculs à toujours indiquer.*

a) 3x + 4 = 6a + b – ax

b) $\frac{9-x}{11} = \frac{5x+2}{4y}$

c) $\frac{11}{x} = \frac{7}{a} + \frac{a}{b}$

d) $\frac{3}{x-a} = \frac{a}{x+5}$

<u>Exercice 2</u> : la loi des gaz parfaits relie 5 grandeurs et est la suivante : *PV = nRT*,
Ecrire chacune des variables V puis T en fonction des 4 autres.

<u>Exercice 3</u> : La relation de Descartes pour les lentilles est la suivante : $\frac{1}{p} + \frac{1}{p\prime} = \frac{1}{f\prime}$

Exprimer p puis f' puis p' en fonction des deux autres variables.

<u>Exercice 4</u> : la loi de gravitation universelle s'écrit $F_{A\to B} = G\,\frac{m_A m_B}{(R_T+h)^2}$

Exprimer m_A puis h (sachant que R_T et h sont positifs) en fonction des autres variables.

II Remplacer des variables par des expressions et vice-et-versa

Parfois, on connait l'expression d'une 1ère variable en fonction d'une 2ème. Et on connait l'expression de cette 2ème variable en fonction d'une 3ème. Il peut être intéressant d'exprimer la 1ère variable en fonction de la 3ème variable. Il faut supprimer alors cette 2ème variable en la substituant, dans l'expression de la 1ère variable, par son expression en fonction de la 3ème puis arranger afin de trouver l'expression de la 1ère variable seule en fonction du reste.

Questions à se poser : Qui doit être exprimé ? en fonction de qui ? qui doit donc disparaitre ?

Exemple (simple) : exprimer z en fonction de x sachant que $y = 6x + \frac{1}{3}$ et $z = 7 - 4y$

Questions à se poser : Qui doit être exprimé ? z en fonction de qui ? x qui doit donc disparaitre ? y

Donc $z = 7 - 4y = 7 - 4\left(6x + \frac{1}{3}\right) = 7 - 24x - \frac{4}{3} = -24x + \frac{17}{3}$

<u>Exercice 5</u> : exprimer z en fonction de x (on exprimera d'abord z en fonction de y (et x éventuellement))

a) $y = 6x + \frac{1}{3}$ et $z = \frac{7}{4y}$

b) $y = 6x + \frac{1}{3x}$ et $y = \frac{7}{4z}$

c) $y = \frac{x}{4}$ et $z = \frac{7+x}{y}$

d) $= \frac{3}{t}$, $t = 5x - 3$ et $z = 2 + y^2$

Exercice 6 : exprimer A en fonction de B (en faisant disparaitre x) le plus rapidement possible : (on pourra, si on le juge vraiment nécessaire, d'abord exprimer x en fonction de B puis remplacer dans A) :

a)	$A = 6(3x-5)^2 - 5(3x-5)$	et	$B = 3x - 5$
b)	$A = \frac{6}{(3x-5)^2} - \frac{5}{3x-5}$	et	$B = 3x - 5$
c)	$A = -(17+(3x-5)^2)^5 - 5(3x-5)^7$	et	$B = 3x - 5$
d)	$A = x$	et	$B = 3x - 5$
e)	$A = x^2$	et	$B = 3x - 5$

Les grosses bêtises à ne pas faire à l'issue de la séance 5 sur quelques exemples :

- Ce sont principalement les mêmes que celles des deux séances précédentes. Par exemple écrire que $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{a-b}$ est une énorme erreur.
- Faire des calculs trop longs en faisant apparaître la variable qu'on souhaite extraire de multiples fois.
- Ne pas penser à factoriser
- Ne pas penser à écrire que $\frac{x+3t}{y} = \frac{x}{y} + \frac{3t}{y}$ afin d'isoler x par exemple
- Ne pas avoir le réflexe, quand la variable se trouve au dénominateur, d'inverser APRES avoir mis une seule fraction de part et d'autre du signe égale. Par exemple dire que « $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$ entraine que a-b = c » est une énorme erreur car à gauche du signe égal, on avait deux fractions et on n'a pas le droit d'inverser ainsi deux fractions (il faut d'abord mettre au même dénominateur).

A l'issue de la séance 5 :

- Je maîtrise les calculs de base en remplaçant les nombres par des lettres et je n'ai pas à avoir peur
- Je sais définir une expression littérale et je connais les techniques pour obtenir l'expression voulue
- Je sais substituer dans une expression, une variable par une expression ou en reconnaître une