

## Séance 8 : calcul littéral

### I Expression littérale

Donner l'expression littérale d'une variable (par exemple exprimer A) ; c'est exprimer cette variable, seule d'un côté du signe égale, en fonction d'autres grandeurs sous la forme de lettres et/ou de nombres.

Le signe « multiplié par » est soit un « × », soit un « . » soit rien quand cela ne prête pas à confusion. Par exemple a multiplié par Y s'écrit a×Y ou a ;Y ou aY. Attention, les indices ne sont pas des multiplications. Par exemple m<sub>A</sub> est une seule variable et ne doit pas être confondu avec m.A .

Pour trouver l'expression de la variable désirée (c'est-à-dire une expression du type A = ..... où l'autre membre ne fait pas apparaître A), il convient d'appliquer les lois sur les nombres, en particulier les calculs de fraction, puissance, racine etc. afin d'isoler la variable voulue.

*Quelques idées à avoir :*

- éviter de faire apparaître trop de fois la variable désirée puisqu'on en la veut qu'une fois à la fin, seule du côté gauche du signe « = »

- au contraire, tenter de la faire apparaître un nombre de fois le plus faible possible :

- en regroupant tous les termes dans lesquels elle apparaît du même côté du signe égale, et tous les autres de l'autre côté u signe égale
- en la mettant en facteur dès que possible

- si elle apparaît à un dénominateur, mettre, à gauche et à droite du signe égale, les expressions sous la forme d'une seule fraction afin de les inverser par la suite pour retrouver la variable désirée au numérateur.

**Exercice 1 :** exprimer x en fonction des autres variables. Par exemple :

2x + z = 5 - 4x donnera 2x + 4x = 5 - z donc, en mettant x en facteur et en divisant par 6,  $x = \frac{5-z}{6}$ . après quelques étapes de calculs à toujours indiquer

a)  $3x + 4 = 6a + b - ax$

b) et c)  $\frac{9-x}{11} = \frac{5x+2}{4y}$

$$\frac{11}{x} = \frac{7}{a} + \frac{1}{b}$$

d)  $\frac{3}{x-a} = \frac{a}{x+5}$

**Exercice 2 :** la loi des gaz parfaits s'écrit  $PV = nRT$ ,

Ecrire chacune des variables V puis T en fonction des 4 autres.

**Exercice 3 :** la relation de Descartes pour les lentilles est la suivante :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

Exprimer p, f et p' en fonction des deux autres variables

**Exercice 4 :** la loi de gravitation universelle s'écrit

$$F_{A \rightarrow B} = G \frac{m_A m_B}{(R_T + h)^2}$$

Exprimer m<sub>A</sub> puis h (sachant que R<sub>T</sub> et h sont positifs) en fonction des autres variables

### II Remplacer des variables par des expressions et vice-versa

Parfois, on connaît l'expression d'une 1<sup>ère</sup> variable en fonction d'une 2<sup>ème</sup>. Et on connaît l'expression de cette 2<sup>ème</sup> variable en fonction d'une 3<sup>ème</sup>. Il peut être intéressant d'exprimer la 1<sup>ère</sup> variable en fonction de la 3<sup>ème</sup> variable. Il faut supprimer alors cette 2<sup>ème</sup> variable en la substituant, dans l'expression de la 1<sup>ère</sup> variable, par son expression en fonction de la 3<sup>ème</sup> puis arranger afin de trouver l'expression de la 1<sup>ère</sup> variable seule en fonction du reste.

Questions à se poser : Qui doit être exprimé ? en fonction de qui ? qui doit donc disparaître ?

Exemple (simple) : exprimer z en fonction de x sachant que  $y = 6x + \frac{1}{3}$  et  $z = 7 - 4y$

Questions à se poser : Qui doit être exprimé ? z en fonction de qui ? x qui doit donc disparaître ? y

$$\begin{aligned} z &= 7 - 4y \\ &= 7 - 4\left(6x + \frac{1}{3}\right) \\ &= 7 - 24x - \frac{4}{3} \\ &= -24x + \frac{17}{3} \end{aligned}$$

**Exercice 5 :** exprimer z en fonction de x (on exprimera d'abord z en fonction de y (et x éventuellement))

(b)  $y = 6x + \frac{1}{3}$  et  $z = \frac{7}{4y}$

(f)  $y = \frac{x}{z}$  et  $z = \frac{7+x}{y}$

(d)  $y = 6x + \frac{1}{3x}$  et  $y = \frac{7}{4z}$

(h)  $y = \frac{3}{t}$ ,  $t = 5x - 3$  et  $z = 2 + y^2$

**Exercice 6 :** exprimer A en fonction de B (en faisant disparaître x) le plus rapidement possible : (on pourra, si on le juge vraiment nécessaire, d'abord exprimer x en fonction de B puis remplacer dans A) :

a)  $A = 6(3x - 5)^2 - 5(3x - 5)$  et

$B = 3x - 5$

b)  $A = \frac{1}{(3x - 5)^2} - \frac{1}{3x - 5}$  et  $B = 3x - 5$

c)  $A = 6(17 + (3x - 5)^2)^5 - 5(3x - 5)^7$  et  $B = 3x - 5$

d)  $A = x$  et  $B = 3x - 5$

e)  $A = x^2$  et  $B = 3x - 5$

**Exercice 7** On donne deux expressions A et B ainsi qu'une variable. Substituer toutes les occurrences de cette variable dans A par B. Par exemple : En partant de

A	B	variable à substituer
$3xy + 2x$	$x+4$	x

la réponse sera  $3(x+4)y + 2(x+4)$ . C'est très simple : il suffit, dans l'expression de A, de remplacer la variable écrite dans la troisième colonne par l'expression de la deuxième colonne.

Numéro	A	B	variable à substituer
(a)	$3xy + 2x$	$x + 4$	y
(b)	$3xy + 2 - x$	$yx + 4$	x
(c)	$3xy + 2 - x$	$yx + 4$	y
(d)	$\frac{x - 5t}{2x + 3} a + 1$	$x + 5t$	x

**Les grosses bêtises à ne pas faire à l'issue de la séance 8 sur quelques exemples :**

- Ce sont principalement les mêmes que celles des deux séances précédentes. Par exemple écrire que  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{a-b}$  est une énorme erreur.
- Faire des calculs trop longs en faisant apparaître la variable qu'on souhaite extraire de multiples fois.
- Ne pas penser à factoriser
- Ne pas penser à écrire que  $\frac{x+3t}{y} = \frac{x}{y} + \frac{3t}{y}$  afin d'isoler x par exemple
- Ne pas avoir le réflexe, quand la variable se trouve au dénominateur, d'inverser APRES avoir mis une seule fraction de part et d'autre du signe égale. Par exemple dire que «  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$  entraîne que  $a-b = c$  » est une énorme erreur car à gauche du signe égal, on avait deux fractions et on n'a pas le droit d'inverser ainsi deux fractions (il faut d'abord mettre au même dénominateur).

**A l'issue de la séance 8 :**

- Je maîtrise les calculs de base en remplaçant les nombres par des lettres et je n'ai pas à avoir peur
- Je sais définir une expression littérale et je connais les techniques pour obtenir l'expression voulue
- Je sais substituer dans une expression, une variable par une expression ou en reconnaître une

**A l'issue de la séance 8, pour la semaine suivante :**

- Interrogations refaites, exercices refaits
- Exercices séances 8 et précédentes à terminer
- de lister sur une feuille toutes les erreurs que j'ai commises lors des exercices ou interrogations, comme d'habitude